Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de synthèse n° 1** *Mathématiques*	*Niveau : 2ème Sc$_{3+4}$*
Date : 09 / 12 / 2014	*Prof : MEDDEB Tarek*	*Durée : 2 heures*

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : *(3 pts)*

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse enlève 0,5 point, et l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note sera ramenée à zéro.

1) L'ensemble de solutions de l'équation : $2x^2-\left(5-2\sqrt{3}\right)x-5\sqrt{3}=0$ est :

   $a/\ \left\{\frac{5}{2};\sqrt{3}\right\}$ $\quad b/\ \left\{-\frac{5}{2};\sqrt{3}\right\}$ $\quad c/\ \left\{\frac{5}{2};-\sqrt{3}\right\}$ $\quad d/\ \left\{5;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$.

2) Le polynôme P défini par : $P(x)=x^4-2x^3-5x^2+4x+6$ est factorisable par :

   $a/\ x-1$ $\quad b/\ x-\sqrt{2}$ $\quad c/\ (x-1)(x-3)$.

3) ABC est un triangle, I est le milieu de $[BC]$, G est le milieu de $[AI]$, on a donc G est le barycentre des points pondérés :

   $a/\ \{(A;1),(B;1),(C;1)\}$ $\quad b/\ \{(A;2),(B;1),(C;1)\}$ $\quad c/\ \{(A;1),(B;2),(C;2)\}$.

Exercice n°2 : *(6 pts)*

On considère les fonctions polynômes A et P définis par :

$A(x)=ax^2+bx+6$. où a et b sont deux réels.

$P(x)=2x^3+3x^2-11x-6$.

1) Déterminer a et b sachant que $x_1=-3$ et $x_2=-\frac{2}{3}$ sont les racines de A.
2) On suppose, dans la suite de l'exercice que $a=3$ et $b=11$.

   $a/$ Vérifier que les polynômes A et P ont une racine commune.

   $b/$ Déterminer le polynôme Q tel que $P(x)=(x+3)Q(x)$.
3) Soit F la fonction rationnelle définie par : $F(x)=\frac{P(x)}{A(x)}$.

   $a/$ Déterminer le domaine de définition de F, puis simplifier $F(x)$.

   $b/$ Résoudre dans IR l'inéquation : $F(x)\leq 0$.
4) Résoudre dans IR l'inéquation : $\frac{2x^2}{A(x)}\leq\frac{1}{x+3}$.

Exercice n°3 : *(5 pts)*

Soit ABC un triangle, E est un point de $[BC]$ distinct de B et C.

1) $a/$ Construire les points F et G tels que : $F = t_{\overrightarrow{BA}}(E)$ et $G = t_{\overrightarrow{BC}}(E)$.

   $b/$ Montrer que : $G = t_{\overrightarrow{AC}}(F)$.

2) $a/$ Montrer que : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CG}$.

   $b/$ Déterminer l'image de chacune des droites (AB) et (AC) par la translation de vecteur $\overrightarrow{BE}$.

3) Les droites (AC) et (EF) se coupent en I, la parallèle à (BC) menée de I coupe (AB) en M et (FG) en N.

   $a/$ Déterminer l'image de la droites (MI) par la translation $t_{\overrightarrow{BE}}$.

   $b/$ Déterminer alors $t_{\overrightarrow{BE}}(M)$ et $t_{\overrightarrow{BE}}(I)$.

   $c/$ En déduire que I est le milieu de $[MN]$.

Exercice n°4 : *(6 pts)*

Soit ABC un triangle, G est le barycentre des points pondérés $(A\,;5)$, $(C\,;-2)$.

1) $a/$ Construire le point G.

   $b/$ Montrer que : $\overrightarrow{CA} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CG}$.

2) Soit F le point définie par : $5\overrightarrow{FA} + 2\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC} = \vec{0}$.

   $a/$ Montrer que F est le barycentre des points pondérés $(B\,;\,2)$, $(G\,;3)$.

   $b/$ Montrer que : $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CB}$, en déduire que les droites (AF) et (BC) sont parallèles.

   $c/$ Construire alors le point F.

3) Soit I le point définie par : $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$.

   $a/$ Montrer que : $\overrightarrow{IF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CG}$. En déduire que $ACIF$ est un parallélogramme.

   $b/$ Soit K le milieu de $[AI]$. Montrer que : $\overrightarrow{CK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{5}\overrightarrow{CB}$.

   $c/$ En déduire que K est le barycentre des points pondérés $(A\,;5)$, $(B\,;\,2)$ et $(C\,;\,3)$.

4) Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\left\|5\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right\| = \frac{1}{2}\left\|5\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right\|.$$

Bonne chance